

Résumé semaine 1

Lois de Coulomb, Mécanique des matériaux élastiques, Modèles rhéologiques de ressorts

Dr. S. Soubielle

S. Soubielle

1

Résumé semaine 1

ME-202 – Systèmes Mécaniques

Frottements et lois de Coulomb

• Lois de Coulomb

- Si pas de mouvement relatif

$$\rightarrow T_{\max} = \mu_0 \cdot N$$

$\rightarrow \mu_0$: coef. de « frottement statique »

- Si mouvement relatif (glissement)

$$\rightarrow T = \mu \cdot N$$

$\rightarrow \mu$: coef. de « frottement dynamique »

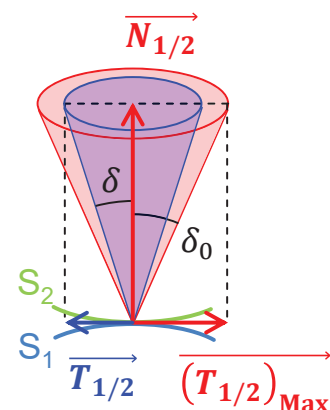
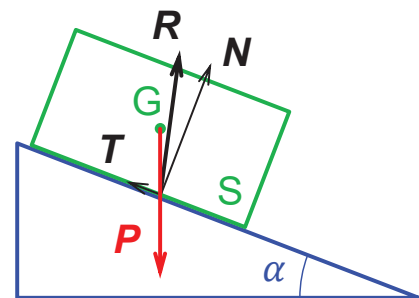
• Angle et cône de frottement

- Frottement statique

$$\rightarrow \delta_0 = \arctan(\mu_0) = \arctan(T_{\max}/N)$$

- Frottement dynamique

$$\rightarrow \delta = \arctan(\mu) = \arctan(T/N)$$



S. Soubielle

2

Mécanique des matériaux élastiques

• Sollicitations simples

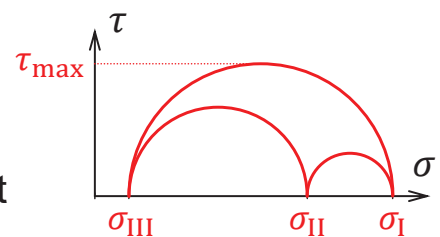
- **Traction-compression simple** → $\sigma = E \cdot \varepsilon_l$ (Loi de Hooke)
→ $\varepsilon_t = -\nu \cdot \varepsilon_l$ (dir. transverse)
- **Flexion** → $\sigma_f = M_f / (I/y)$ (traction-compression locale)
→ τ négligé (Bernouilli)
- **Torsion** → $\tau = M_t / (I_0/r)$ (cisaillement local)

• Sollicitations multiaxiales

- Tenseur des contraintes toujours réductible à $\bar{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_I & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{II} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{III} \end{pmatrix}$

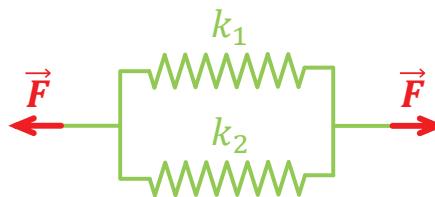
- Présence d'une contrainte de cisaillement

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \cdot \max(|\sigma_{II} - \sigma_I|; |\sigma_{III} - \sigma_{II}|; |\sigma_{III} - \sigma_I|)$$



Modèles rhéologiques (ressorts)

- **En parallèle** →



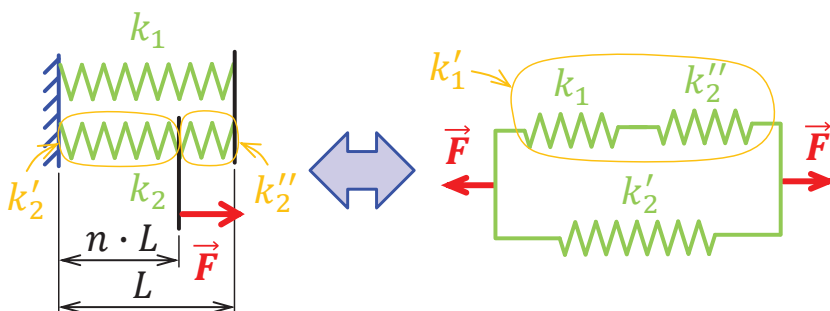
$$k_{eq} = k_1 + k_2$$

- **En série** →



$$k_{eq} = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$$

- **Cas de charge particulier ↓**



$$\begin{aligned} F'_1 &= n \cdot \phi \cdot F \\ F'_2 &= (1 - n \cdot \phi) \cdot F \\ \text{Avec } \phi &= \frac{k_1}{k_1 + k_2} \end{aligned}$$

Des questions ?



Assemblages boulonnés I

Principes fondamentaux,
Filetages normalisés,
Comportement en serrage

Dr. S. Soubielle



Dans ce cours, nous allons...

... **Rappeler les principes d'un assemblage boulonné**

- ... Charges et contraintes sur les éléments
- ... Fonctions du filetage

... **Passer en revue les filetages normalisés principaux**

- ... Types, variantes, cas d'emploi
- ... Géométrie des profils de filet

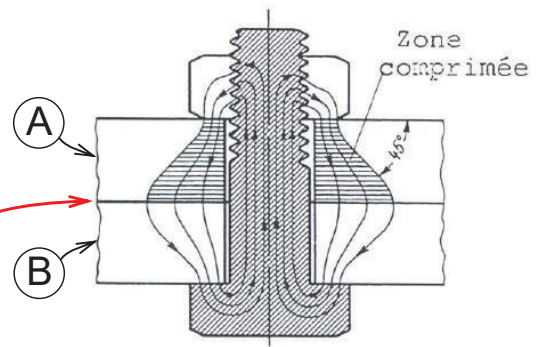
... **Modéliser le comportement en serrage / desserrage**

- ... Lois liant le moment de serrage à la force de traction dans la vis
- ... Définir la condition d'autoblocage d'une vis

Fonction = maintien en position

1. Précontrainte de serrage

- Vis sollicitées en traction
- Pièces en sandwich sollicitées en compression
- Création d'une force d'appui N au contact entre A et B



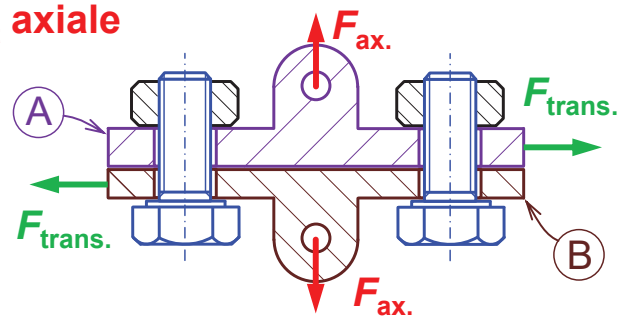
2. Application d'une charge extérieure F_{ext}

- **Maintien par obstacle si F_{ext} axiale**

(Condition : $F_{ax.} \text{ tq } N > 0$)

- **Maintien par frottement statique si F_{ext} transverse**

(Condition : $F_{trans.} < \mu_0 \cdot N$)



Contact vis / écrou

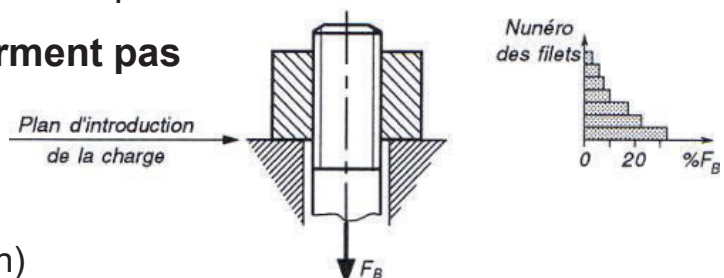
• Fonctions du filetage

- **Mettre en contact les pièces à assembler**
Rotation → translation (filetage hélicoïdal)
- **Assurer et maintenir la précontrainte de serrage dans l'AB**
Frottements statiques → précontrainte conservée après serrage

• Contraintes sur les filets

- Charge reprise en cisaillement par les filets
- **Vis & écrou ne se déforment pas de la même façon**

- L'écrou se contracte (compression)
- La vis s'allonge (traction)



Résistance de la vis

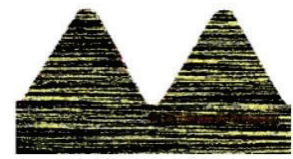
• Paramètres de résistance méca.

- Limite élastique R_e [MPa]
- Limite à rupture R_m [MPa]

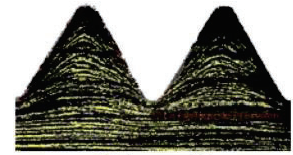


• Classe de qualité XX.Y (vis acier)

- $R_m = XX \times 100$
- $R_e = 10 \times XX \times Y$



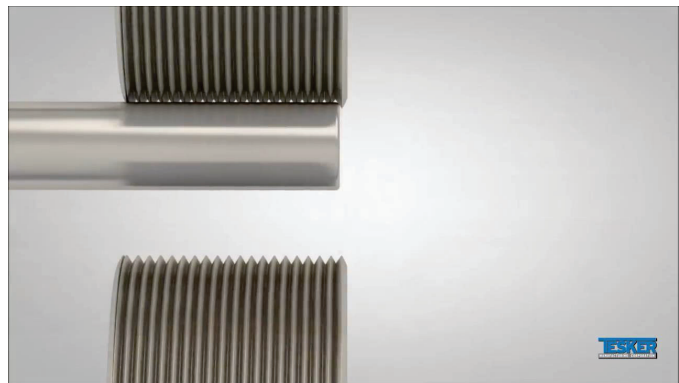
Filetage usiné



Filetage roulé

• Fabrication de la vis

- Par usinage ou roulage
- Plus la vis est résistante, moins elle est ductile



Filetages normalisés principaux

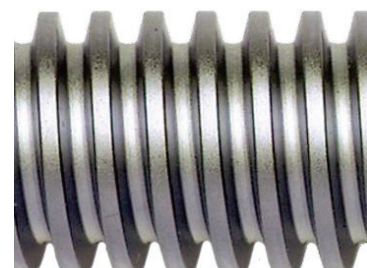
• Filetage métrique M

- Profil triangulaire à 60°
- Le plus utilisé en boulonnage
- Séries à pas normal et à pas fin
- Filetage à un seul filet



• Filetage métrique trapézoïdal Tr

- Profil en trapèze à 30°
- Plutôt utilisé pour des applications dynamiques
- Adapté aux fortes charges
- Filetage possible à un ou plusieurs filets

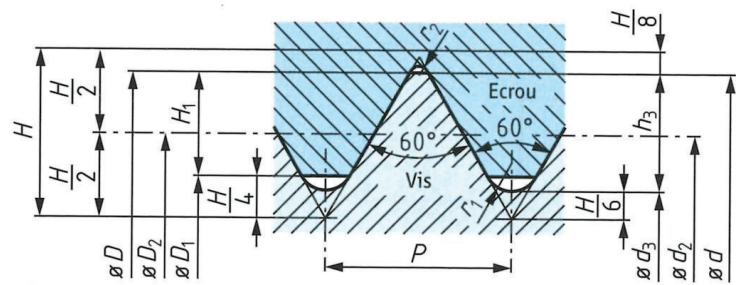


Filetage métrique M (1/4)

• Profil de base

Toutes les dimensions dépendent de :

- d : diamètre nominal
- P : pas



© Extrait de Normes 2022, p. 70, fig. 70/1

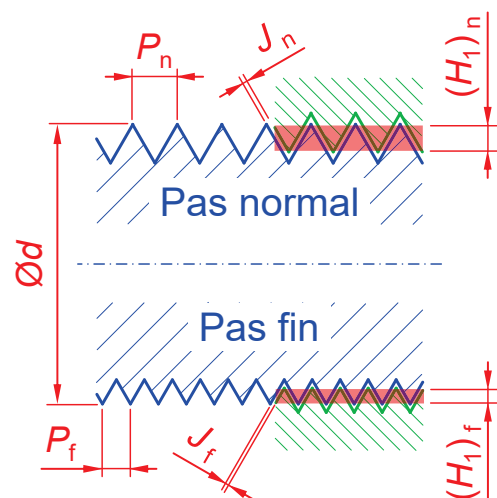
• Dimensions issues de d et de P

- **Vis & écrou** Hauteur de contact $\rightarrow H_1 = 0,54127 \cdot P$
- **Vis** Diamètre sur flancs $\rightarrow d_2 = d - 0,64952 \cdot P$
Diamètre du noyau $\rightarrow d_3 = d - 1,22687 \cdot P$
Hauteur du filet $\rightarrow h_3 = 0,61343 \cdot P$
Rayon en fond de filet $\rightarrow r_1 = 0,14434 \cdot P$
- **Erou** Diamètre intérieur $\rightarrow D_1 = d - 1,08253 \cdot P$

Filetage métrique M (2/4)

• Séries à pas normal et à pas fin

- **P dépend du diamètre d**
 $\rightarrow P_f < P_n$ (pour un même d)
- **Hauteur d'interface H_1**
 $\rightarrow (H_1)_f < (H_1)_n$
- **Jeu de fonctionnement**
 $\rightarrow J_f < J_n$
 $\rightarrow$ Tolérances de fabrication
+ fines si filetage à pas fin
- **Cas d'emploi**
 - Pas normal utilisé par défaut, car + résistant & – cher à fabriquer
 - Pas fin $\rightarrow$ Vissage dans tube à paroi mince
 $\rightarrow$ Vis de réglage



Filetage métrique M (3/4)

• Série à pas normal

– Notation = M « *d* »

Exemples : « M4 »
 « M12 »
 « M30 »

– Tailles (ISO 262) →

- Diamètre défini jusqu'à M64
- Une seule taille de pas possible pour chaque diamètre

S. Soubielle

Diamètre nominal [mm] <i>d</i>	Pas [mm] <i>P</i>
M1	0,25
M1,2	0,25
M1,6	0,35
M2	0,4
M2,5	0,45
M3	0,5
M4	0,7
M5	0,8
M6	1
M8	1,25
M10	1,5
M12	1,75
M16	2
M20	2,5
M24	3
M27	3
M30	3,5
M33	3,5
M36	4
M42	4,5
M48	5
M56	5,5
M64	6

Filetage métrique M (4/4)

• Série à pas fin

– Notation = M « *d* » × « *P* »

Exemples : « M5 × 0,5 »
 « M8 × 1 »
 « M42 × 3 »

– Tailles (ISO 262 & DIN 13-3 ... -9)

- Diamètre défini jusqu'à ... M100 × 4
 ... M100 × 6
- Suivant le diamètre, une ou plusieurs tailles de pas sont définies par la norme

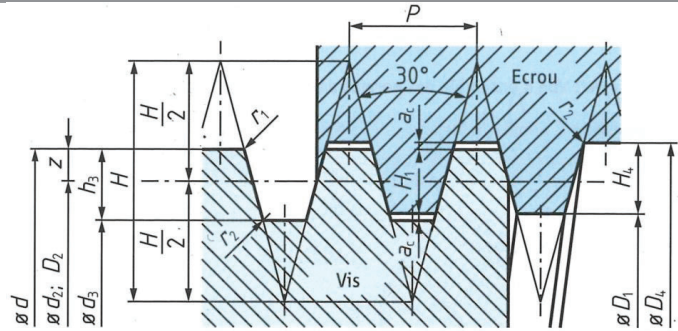
Diamètre nominal [mm] <i>d</i>	Pas [mm] <i>P</i>
M4	0,5
M5	0,5
M6	0,75
M8	1
M10	1 ; 1,25
M12	1,25 ; 1,5
M16	1,5
M20	1,5 ; 2
M24	2
M30	2
M36	3
M42	3
M48	3
M56	4
M64	4
M72	4 ; 6
M80	4 ; 6
M90	4 ; 6
M100	4 ; 6

Filetage métrique trapézoïdal (1/2)

• Profil de base

Toutes les dim.
dépendent de :

- d : diamètre nominal
- P : pas
- a_c : jeu radial



© Extrait de Normes 2022, p. 73, fig. 73/1

• Dimensions issues de d , de P , et de a_c

- **Vis & écrou** Diamètre sur flancs $\rightarrow d_2 = D_2 = d - 0,5 \cdot P$
Hauteur du filet $\rightarrow h_3 = H_4 = 0,5 \cdot P + a_c$
Hauteur de contact $\rightarrow H_1 = 0,5 \cdot P$
- **Vis** Diamètre du noyau $\rightarrow d_3 = d - P - 2 \cdot a_c$
- **Erou** Diamètre intérieur $\rightarrow D_1 = d - P$

Filetage métrique trapézoïdal (2/2)

• Notation = Tr « d » × « P »

Exemples : « Tr 12 × 3 »

« Tr 48 × 8 »

• Tailles (ISO 2904) →

- Diamètre défini jusqu'à Tr 300 × ...
- Suivant le diamètre, une ou plusieurs tailles de pas sont définies par la norme

• Particularité

- Filets simple ou multiple possibles
- Si filet multiple (n filets) $\rightarrow P = \text{pas apparent, et avance par tour} = n \times P$

Diamètre nominal [mm]	Pas [mm]	Jeu [mm]
d	P	a_c
Tr 8	1,5	0,15
Tr 10	1,5 ; 2	0,25
Tr 12	2 ; 3	0,25
Tr 16	2 ; 4	0,25
Tr 20	2 ; 4	0,25
Tr 24	3 ; 5 ; 8	0,25
Tr 28	3 ; 5 ; 8	0,25
Tr 32	3 ; 6 ; 10	0,5
Tr 36	3 ; 6 ; 10	0,5
Tr 40	3 ; 7 ; 10	0,5
Tr 44	3 ; 7 ; 12	0,5
Tr 48	3 ; 8 ; 12	0,5
Tr 52	3 ; 8 ; 12	0,5
Tr 60	3 ; 9 ; 14	0,5
Tr 70	4 ; 10 ; 16	0,5
Tr 80	4 ; 10 ; 16	0,5
Tr 90	4 ; 12 ; 18	0,5
Tr 100	4 ; 12 ; 20	0,5

Calcul de la contrainte de traction

- **Diamètre résistant d_s et section résistante A_s**

- Section résistante A_S = section équivalente par laquelle transite la force de traction dans la vis

$$A_S = \frac{\pi}{4} \cdot d_S^2$$

- Prend en compte la présence des dents

- Se calcule à partir du diamètre résistant d_s $d_s = \frac{d_2 + d_3}{2}$

- **Contrainte de traction**

- Se calcule à partir de la section résistante A_S $\sigma = \frac{F}{A_S}$

Exercices d'application (1/2)



Déterminer par le calcul la section résistante A_s pour les tailles de vis M6 et M6×0,75. Comparer et discuter les valeurs.

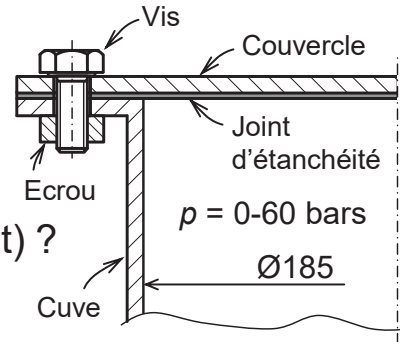
Exercices d'application (2/2)



Exercice d'application

La cuve ci-contre, fermée par 8 vis M6, est soumise à des cycles de pression 0-60 bars.

1. Quelle classe de qualité doit-on choisir pour garantir $\sigma < R_e$ (cas à la limite du décollement) ?
2. Cette conception est-elle être pertinente ?

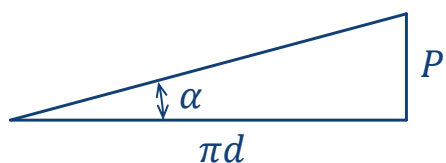


Angles de montée

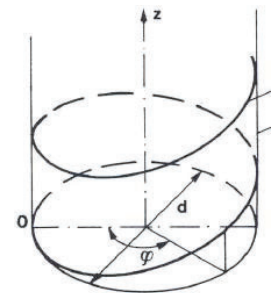
• Trajectoire hélicoïdale du filet (cas du filet unique)

– Avance par tour = $1 \times P$

– Angle d'hélice α :



$$\rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{P}{\pi \cdot d}\right)$$

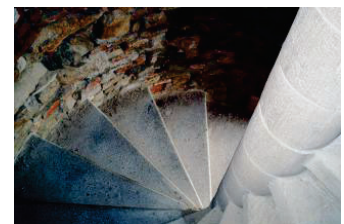


→ À pas P constant, $\alpha \propto \arctan(1/d)$

• Angles de montée α_2 et α_3

– Sur flancs $\rightarrow \alpha_2 = \arctan\left(\frac{P}{\pi \cdot d_2}\right)$

– Sur noyau $\rightarrow \alpha_3 = \arctan\left(\frac{P}{\pi \cdot d_3}\right)$



Comportement en serrage (1/2)

• Serrage de l'écrou

Nécessité de vaincre deux phénomènes :

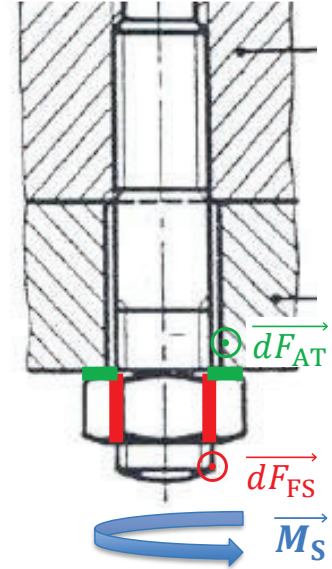
- Frottement au contact écrou-pièce
- Frottement au contact vis-écrou

• Moment de serrage M_S sur l'écrou

$$M_S = M_{AS} + M_{FS}$$

M_{AS} : Moment de serrage dû au frottement à l'interface d'appui

M_{FS} : Moment de serrage dû au frottement à l'interface de filetage



Comportement en serrage (2/2)

• Moment de frottement sur l'appui

$d\vec{F}_A$: Force d'appui élémentaire

$$d\vec{F}_A = d\vec{F}_{AN} + d\vec{F}_{AT}$$

dF_{AN} : Composante normale

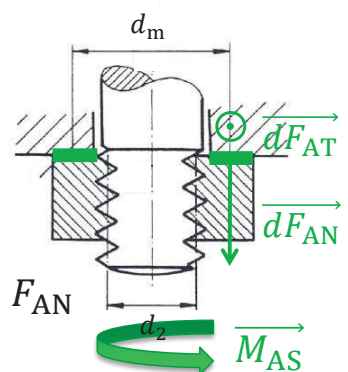
dF_{AT} : Composante tangentielle

$$dF_{AT} = \mu_A \cdot dF_{AN}$$

↑
Coef. de frottement
dyn. écrou-pièce

$$\Rightarrow M_{AS} = \frac{d_m}{2} \cdot \int_0^{2\pi} dF_{AT} = r_m \cdot \mu_A \cdot F_{AN}$$

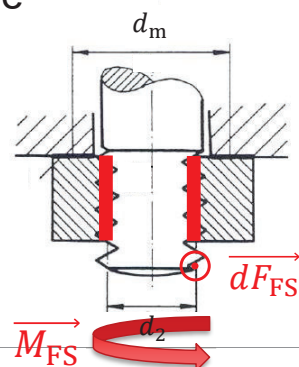
Avec $r_m = 0,7 \cdot d$ si écrou normalisé



• Moment de frottement sur le filetage

$d\vec{F}_{FS}$: Force de serrage élémentaire

$$\Rightarrow M_{FS} = \frac{d_2}{2} \cdot \int_0^{2\pi} dF_{FS} = \frac{d_2}{2} F_{FS}$$



Contact vis / écrou en serrage (1/2)

Réaction de la vis (filet rectangulaire)

– $\vec{F}_R$: Force de réaction (vis / écrou)

- $\vec{F}_R = \vec{F}_{RN} + \vec{F}_{RT}$, avec :
- $\vec{F}_{RN}$: Comp. normale (vis / écrou)
- $\vec{F}_{RT}$: Comp. tangentielle (vis / écrou)

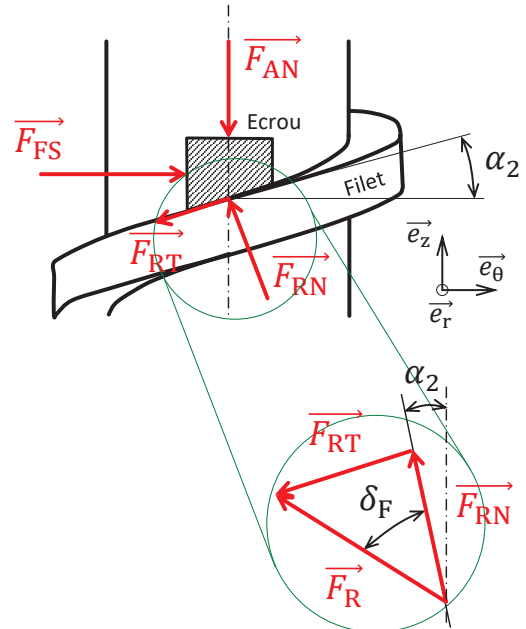
$$\rightarrow F_{RT} = \mu_F \cdot F_{RN} = \tan \delta_F \cdot F_{RN}$$

↑ Coef. de frottement dyn.

– Équilibre statique sur l'écrou

- $\vec{e}_\theta \rightarrow F_{FS} - F_R \cdot \sin(\alpha_2 + \delta_F) = 0$
- $\vec{e}_z \rightarrow F_R \cdot \cos(\alpha_2 + \delta_F) - F_{AN} = 0$

$$\Rightarrow F_{FS} = F_{AN} \cdot \tan(\alpha_2 + \delta_F)$$



Contact vis / écrou en serrage (2/2)

Réaction de la vis (filet triangulaire)

– Angle de filet β

- $\vec{dF}_{RN}$ n'est pas normale au contact
- La force normale est $\vec{dF}'_{RN}$, telle que :

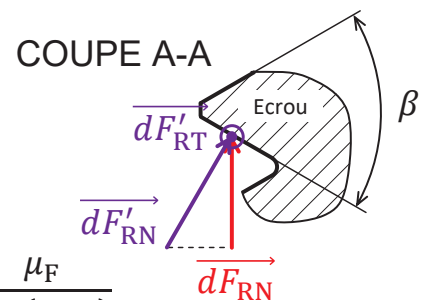
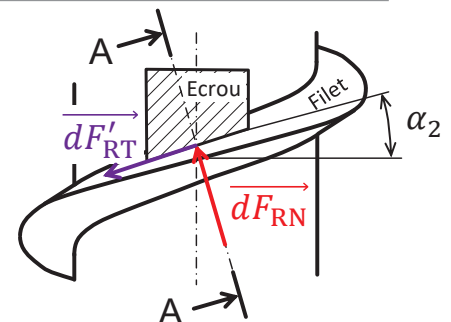
$$dF'_{RN} = \frac{dF_{RN}}{\cos(\beta/2)}$$

– Composante tangentielle d'effort

$$dF'_{RT} = \mu_F \cdot dF'_{RN} = \frac{\mu_F \cdot dF_{RN}}{\cos(\beta/2)}$$

– Coef. de frott. dyn. apparent $\rightarrow \mu'_F = \frac{\mu_F}{\cos(\beta/2)}$

– Angle de frott. dyn. apparent $\rightarrow \delta'_F = \arctan\left(\frac{\mu_F}{\cos(\beta/2)}\right)$



Comportement en desserrage (1/2)

• Desserrage de l'écrou

Nécessité de vaincre deux phénomènes :

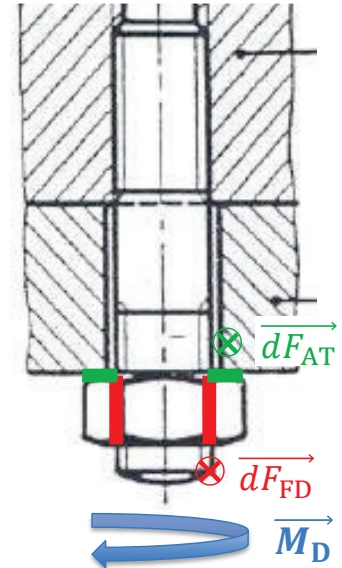
- Frottement au contact écrou-pièce
- Frottement au contact vis-écrou

• Moment de desserrage M_D sur l'écrou

$$M_D = M_{AD} + M_{FD}$$

M_{AD} : Moment de desserrage dû au frottement à l'interface d'appui

M_{FD} : Moment de desserrage dû au frottement à l'interface de filetage



Comportement en desserrage (2/2)

• Moment de frottement sur l'appui

$d\vec{F}_A$: Force d'appui élémentaire

$$d\vec{F}_A = d\vec{F}_{AN} + d\vec{F}_{AT}$$

dF_{AN} : Composante normale

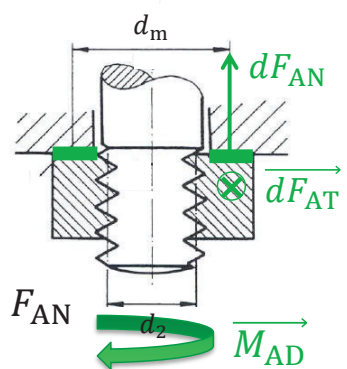
dF_{AT} : Composante tangentielle

$$dF_{AT} = \mu_{A0} \cdot dF_{AN}$$

↑
Coef. de frottement
statique écrou-pièce

$$\Rightarrow M_{AD} = \frac{d_m}{2} \cdot \int_0^{2\pi} dF_{AT} = r_m \cdot \mu_{A0} \cdot F_{AN}$$

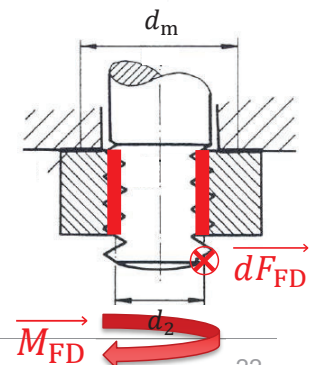
Avec $r_m = 0,7 \cdot d$ si écrou normalisé



• Moment de frottement sur le filetage

$d\vec{F}_{FD}$: Force de desserrage élémentaire

$$\Rightarrow M_{FD} = \frac{d_2}{2} \cdot \int_0^{2\pi} dF_{FD} = \frac{d_2}{2} F_{FD}$$



Contact vis / écrou en desserrage (1/2)

Réaction de la vis (filet rectangulaire)

– $\vec{F}_R$: Force de réaction (vis/écrou)

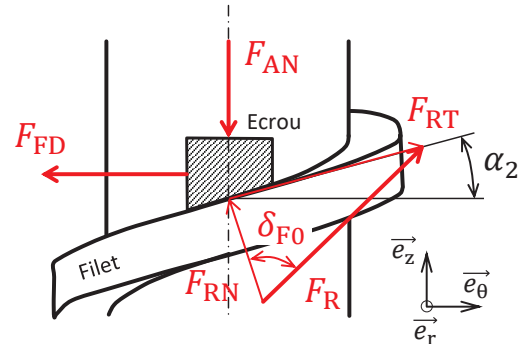
- $\vec{F}_R = \vec{F}_{RN} + \vec{F}_{RT}$, avec :

- $\vec{F}_{RN}$: Comp. normale (vis/écrou)

- $\vec{F}_{RT}$: Comp. tangentielle (vis/écrou)

$$\rightarrow F_{RT} = \mu_{F0} \cdot F_{RN} = \tan \delta_{F0} \cdot F_{RN}$$

↑ Coef. de frottement statique



– Équilibre statique sur l'écrou (on suppose $\delta_0 > \alpha_2$)

- $\vec{e}_\theta \rightarrow F_R \cdot \sin(\delta_{F0} - \alpha_2) - F_{FD} = 0$

- $\vec{e}_z \rightarrow F_R \cdot \cos(\delta_{F0} - \alpha_2) - F_{AN} = 0$

$$\Rightarrow F_{FD} = F_{AN} \cdot \tan(\delta_{F0} - \alpha_2)$$

Contact vis / écrou en desserrage (2/2)

Réaction de la vis (filet triangulaire)

– Angle de filet β

- $d\vec{F}_{RN}$ n'est pas normale au contact

- La force normale est $d\vec{F}'_{RN}$, telle que :

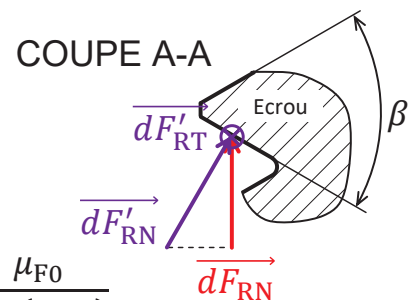
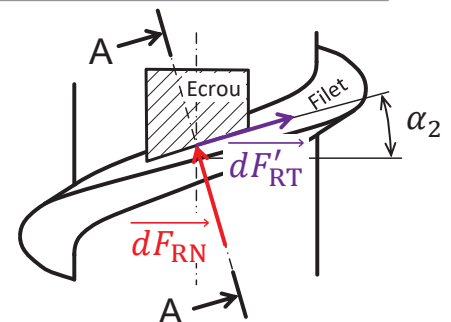
$$dF_{RN}' = \frac{dF_{RN}}{\cos(\beta/2)}$$

– Composante tangentielle d'effort

$$dF_{RT}' = \mu_0 \cdot dF_{RN}' = \frac{\mu_{F0} \cdot dF_{RN}}{\cos(\beta/2)}$$

– Coef. de frott. stat. apparent $\rightarrow \mu'_0 = \frac{\mu_{F0}}{\cos(\beta/2)}$

– Angle de frott. stat. apparent $\rightarrow \delta'_0 = \arctan\left(\frac{\mu_{F0}}{\cos(\beta/2)}\right)$



Résumé : Lois de comportement

- Force axiale sur la vis**

$\vec{F}_{AN}$ est reprise intégralement par la vis

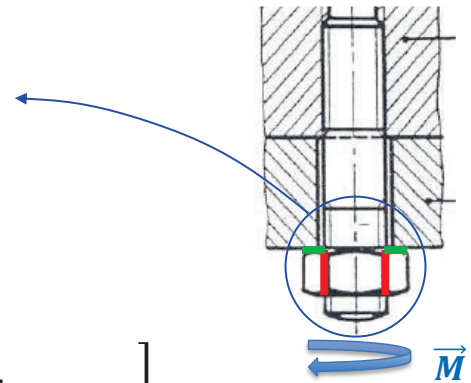
→ $F_{AN} = F_0$: force de précontrainte en traction sur la vis

- Moment total de serrage**

$$M_S = M_{FS} + M_{AS} = F_0 \cdot \left[\frac{d_2}{2} \cdot \tan(\alpha_2 + \delta'_F) + r_m \cdot \mu_A \right]$$

- Moment total de desserrage**

$$M_D = M_{FD} + M_{AD} = F_0 \cdot \left[\frac{d_2}{2} \cdot \tan(\delta'_{F0} - \alpha_2) + r_m \cdot \mu_{A0} \right]$$



Des questions ?

